Nederland in de poule des verderfs

Hans van Maanen

Nieuwe Wiskrant, juni 2006

Inleiding

Hoe groot is de kans dat Nederland in de finale van het wereldkampioenschap voetbal van 2006 komt? Hoe groot is, om bij het begin te beginnen, de kans dat Nederland de eerste ronde overleeft? Alle kenners zijn het erover eens dat Nederland, in poule C, met onaangenaam sterke tegenstanders — Argentinië, Ivoorkust en Servië & Montenegro — te maken krijgt. De verschillen zijn, met andere woorden, minimaal. Zelfs als het Nederlandse team duidelijk het beste in zijn poule is, bestaat de kans dat het, door botte pech, toch derde of vierde in de poule wordt en naar huis kan. Als Nederland 'objectief' tweede is, wordt die kans zelfs akelig groot.

We zullen eens een poging doen het poulesysteem met wat kansrekening te benaderen. Zoiets is al vaker gedaan voor toernooien zoals Wimbledon, waarbij steeds paarsgewijze winnaars worden aangewezen en een slechte loting al in de eerste ronde tot uitschakeling kan leiden, maar hoe zit het met de waarschijnlijkheden in een halve competitie, zoals die in de eerste ronde van het wereldkampioenschap wordt gespeeld? We gaan, met behulp van de computer, een Grote Competitie-Simulator bouwen.

A, B, C en D

Laten we beginnen met vier teams, A, B, C en D. Als A de beste is en D de slechtste, en het toeval speelt geen rol van betekenis, dan is het duidelijk dat de poule zal eindigen zoals in Tabel 1.

Dat kan gebeuren. Bijvoorbeeld bij dit kampioenschap in de poules D en E, waar de winnaars bijna bij voorbaat duidelijk zijn.

In poule C, met Nederland, zijn de krachtsverschillen kleiner en zal het toeval een grotere rol spelen. Naarmate de ploegen meer aan elkaar zijn gewaagd, worden toevallige factoren als blessures, scheidsrechterlijke dwalingen en weersgesteldheid belangrijker.

Voor een eerste benadering kunnen we, bijvoorbeeld, heel eenvoudig aannemen dat A met 67 procent zekerheid van B zal winnen, met 22 procent kans gelijkspeelt, en met 11 procent kans zal verliezen. Voor B geldt hetzelfde

Team	Gespeeld	Gewonnen	Gelijkspel	Verloren	Punten
A	3	3	0	0	9
B	3	2	0	1	6
C	3	1	0	2	3
D	3	0	0	3	0

Tabel 1: De krachtsverhoudingen zijn afgetekend, de rol van het toeval is nul.

ten opzichte van C, en zo ook C versus D. Dat klinkt allemaal niet eens zo gek.

Een dobbelsteen biedt een ideale illustratie van de kansen. D is het slechtst, en kan alleen 1, 2 of 3 gooien. C is al wat beter, en gooit 2, 3 of 4. B komt altijd uit op 3, 4 of 5, en A is het sterkst en werpt altijd 4, 5 of 6. In ons geval: D maakt gemiddeld 2 doelpunten per wedstrijd, A 5 (om het wat realistischer te maken kan overal 1 vanaf worden getrokken, maar dat maakt natuurlijk niet uit). De spreiding voor alle teams is gelijk aan $\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}82$.

Als A tegen C speelt, ontstaat de situatie van Tabel 2.

	4	5	6
2	4–2	5–2	6–2
3	4–3	5–3	6–3
4	4–4	5–4	6–4

Tabel 2: Mogelijke uitslagen van wedstrijden tussen A en C.

Van de 9 mogelijke uitslagen is slechts 1 een gelijkspel voor C: 4-4. C is dus vrijwel kansloos tegen A. Maar als A tegen B speelt, wordt het een stuk moeilijker, zoals Tabel 3 laat zien.

	4	5	6
3	4–3	5–3	6–3
4	4–4	5–4	6–4
5	4–5	5–5	6–5

Tabel 3: Mogelijke uitslagen van wedstrijden tussen A en B.

Nu kan er van de 9 wedstrijden 1 verloren gaan met een doelpunt verschil, en zijn er 2 kansen op een gelijkspel. Dat past dus inderdaad precies is ons model: $\frac{6}{9}$ winst, $\frac{2}{9}$ gelijk, $\frac{1}{9}$ verlies.

D, ten slotte, zal altijd van A verliezen; zelfs als D alle geluk van de wereld heeft, komt het team niet verder dan 3 doelpunten, en zelfs als A alles tegen zit, komt het niet lager dan 4 doelpunten.

Voor B tegen C, B tegen D en C tegen D zijn de tabellen precies gelijk, want we hebben aangenomen dat de verschillen tussen de vier teams even groot zijn. Dat is overigens niet noodzakelijk, zoals we later zullen zien. We kunnen de zaak zo gesofisticeerd maken als we willen.

Halve competitie

Deze vier teams gaan nu een halve competitie spelen. Telkens wordt de uitslag door de 'verzwaarde' dobbelsteen bepaald. Een gewonnen wedstrijd telt voor 3 punten, een gelijkspel voor 1 punt, en een verlies voor 0 punten. Tegen C zal A dus mogen verwachten 25 punten te halen (8 keer winst, 1 gelijkspel), tegen B niet meer dan 20 (6 keer winst, 2 keer gelijkspel en 1 verliespartij).

Hoeveel kans heeft A nu om kampioen van de poule te worden? En B?

Het is niet zo moeilijk om hiervoor een computerprogramma te schrijven en deze teams een stuk of miljoen competities te laten spelen. Tabel 4 geeft het resultaat.

	Kans op			
	1e plaats	2e plaats	3e plaats	4e plaats
A	85,3	14,3	0,4	0,0
B	14,3	70,4	14,9	0,4
C	0,4	14,9	70,4	14,3
D	0,0	0,4	14,3	85,3

Tabel 4: De eindstand na een Monte-Carlosimulatie met $d = 1, \sigma = 0{,}82$.

De kansen zien er alleszins behoorlijk uit voor team A. De kans dat zij doorgaan naar de volgende ronde is 99,6 procent. Voor team B is er ook niet zoveel aan de hand, al is er toch nog een kans van 15 procent dat zij naast de prijzen vallen. Evenzo is, uiteraard, de kans voor C om toch door te gaan naar de volgende ronde 15 procent. De regelmaat is evident.

Voor ons model hebben we de kleinst mogelijke invloed van het toeval genomen. Als D alleen 1 of 2 gooit, C 2 of 3, B 3 of 4 en team A alleen 4 of 5, wordt D met 100 procent zekerheid eerste en B met 100 procent zekerheid tweede. Wat gebeurt er als we de rol van het toeval laten toenemen? Daarnet was het systeem, dat elk team een willekeurig getal tussen 1 en 3 krijgt, en A er 3 punten bij mocht tellen, B 2 punten, C 1 punt en D 0 punten. Het verschil is telkens 1 punt, de spreiding komt uit op 0,82.

Nu krijgen de teams een getal tussen 1 en 5, en tellen er volgens hetzelfde systeem punten bij. De spreiding is nu 1,7 — de rol van het toeval neemt toe en er is zelfs kans dat team D team A verslaat. Hoe gaat de eindstand er dan uitzien? Dat toont Tabel 5.

	Kans op			
	1e plaats	2e plaats	3e plaats	4e plaats
A	64,0	26,3	8,2	1,5
B	26,3	42,4	23,1	8,2
C	8,2	23,1	42,4	26,4
D	1,5	8,2	26,3	64,0

Tabel 5: De eindstand na een Monte-Carlosimulatie met $d = 1, \sigma = 1{,}7$.

Voor het sterkste team is er nog weinig aan de hand: 90 procent om door te gaan. De heren van team B moeten zich echter wel wat zorgen gaan maken: ook al zijn ze objectief op een na sterkste, er is een kans van 31 procent dat ze achter het net vissen.

Hoe kleiner de onderlinge verschillen, hoe groter de rol van het toeval. Als de uitslag wordt gesimuleerd door een willekeurig getal tussen 1 en 9 plus de bonus (dan is de spreiding 2,6 punten), heeft A een kans van 82 procent om bij de eerste twee te eindigen, B nog maar 63 procent. Een op de acht keer (12,8 procent) zal C zelfs kampioen van de poule worden — aangezien er acht poules zijn, zal dat dit wereldkampioenschap met een waarschijnlijkheid van 66 procent gebeuren…

Wie het over een 'poule des verderfs' heeft, heeft het eigenlijk over een 'poule des geluks'. Hoe kleiner de onderlinge verschillen, hoe groter de rol van het toeval.

Het probleem van poule C

En dat is precies het probleem in poule C. Nederland en Argentinië zijn ongetwijfeld even sterk (in de zin dat in Nederland op Nederland gegokt wordt, in Argentinië op Argentinië — daar moet geld mee te verdienen zijn). Het zwakste team, Ivoorkust, moet echter toch wel in staat geacht worden deze teams te verslaan. Bij de meest conservatieve schatting, met de minste rol van het toeval, worden de kansen voor de teams om de volgende ronde te bereiken daarmee als in Tabel 6.

Nederland en Argentinië hebben, samengevat, een kans van 86 procent om bovenin de poule te eindigen, en toch een niet verwaarloosbare kans van 14 procent om snel weggestuurd te worden. Ook bij een veel grotere rol van het toeval (met Ivoorkust een kans van 1 op 3 om ons te verslaan) blijven onze kansen volgens de simulatie boven de zeventig procent. Dat zit dus wel goed: Nederland haalt in ieder geval de volgende ronde. Het enige wat ze

	Kans op			
	1e plaats	2e plaats	3e plaats	4e plaats
N	47,1	39,0	11,8	2,1
A	47,1	39,0	11,8	2,1
S	5,1	16,8	49,4	28,7
I	0,8	5,2	27,0	67,0

Tabel 6: De eindstand na een Monte-Carlosimulatie met Nederland en Argentinië even sterk, $\sigma = 1{,}7$.

hoeven te doen, is zich aan de wetten van het toeval houden. Portugal in de tweede ronde zal een zwaardere klus worden.

Hoe dan ook, nu we eenmaal zo ver zijn gevorderd, let niets ons de zaak nog verder te verfijnen. In plaats van een uniforme verdeling van de doelpunten, zouden we ook kunnen kiezen voor bijvoorbeeld een poissonverdeling (doelpunten zijn, helaas, zeldzame gebeurtenissen). We kunnen ook de evident sterkste uit de poule bijvoorbeeld 6 in plaats van 3 punten extra geven op het random getal, en kijken wat er dan gebeurt. We kunnen zelfs het aantal ploegen uitbreiden tot achttien, en op grond van competitie-uitslagen uit het verleden gaan zoeken naar een meer empirische grondslag voor de Grote Competitie-Simulator van de Nederlandse Eredivisie.

Oorspronkelijk verschenen in De Nieuwe Wiskrant, 25e jaargang nr. 4, juni 2006.